OTIMIZANDO O LAYOUT DO CAMPUS COM O PROBLEMA DAS P-MEDIANAS CAPACITADO

OPTIMIZING CAMPUS LAYOUT WITH THE CAPACITATED P-MEDIAN PROBLEM

Clara dos Santos Becker
ORCID 0009-0007-4271-8183
Universidade do Estado de Santa Catarina
UDESC Alto Vale
clara.becker@edu.udesc.br

Marcelo de Souza
ORCID 0000-0002-0786-2127
Universidade do Estado de Santa Catarina
UDESC Alto Vale
marcelo.desouza@udesc.br

Tailini Schultz
ORCID 0009-0006-0556-4026
Universidade do Estado de Santa Catarina
UDESC Alto Vale
tailini.schultz@edu.udesc.br

Resumo. Muitos problemas do mundo real envolvem a tomada de decisões. Tais cenários se baseiam em medidas de custo ou desempenho para avaliar a qualidade das soluções, e são frequentemente modelados como problemas de otimização. Sua solução consiste na formulação matemática do problema e, em alguns casos, na adoção de algoritmos heurísticos. Este trabalho apresenta um estudo de caso que aplica programação matemática e a metaheurística *iterated greedy* para resolver um problema de planejamento urbano em um campus universitário. Para isso, o cenário foi modelado como o problema das *p*-medianas capacitado e foram geradas diferentes instâncias. Os resultados mostram que a abordagem exata é capaz de resolver instâncias pequenas, enquanto o *iterated greedy* fornece boas soluções para instâncias maiores. Além disso, a metaheurística produz soluções de alta qualidade em tempo menor que o método exato, demonstrando sua viabilidade para cenários reais de planejamento urbano.

Palavras-chave: problema das *p*-medianas; programação linear inteira; metaheurísticas

Abstract. Many real-world problems involve decision-making. Such scenarios rely on cost or performance measures to assess the quality of solutions and are often modeled as optimization problems. Their solution involves the mathematical formulation of the problem and, in some cases, the adoption of heuristic algorithms. This study presents a case study that applies mathematical programming and the *iterated greedy* metaheuristic to solve a urban planning problem in a university campus. To this end, the scenario was modeled as the capacitated *p*-median problem and different instances were generated. The results indicate that the exact approach is capable of solving small instances, while the *iterated greedy* provides good solutions for larger instances. Moreover, the metaheuristic produces high-quality solutions in less time than the exact method, demonstrating its feasibility for real-world urban planning scenarios.

Keywords: *p*-medians problem; integer linear programming; metaheuristics

1. INTRODUÇÃO

Algoritmos de inteligência artificial têm se mostrado bastante eficazes no suporte à tomada de decisões. Uma abordagem frequentemente adotada é a modelagem via problemas de otimização, associada à solução desses problemas usando algoritmos heurísticos. Algoritmos de busca local iterativamente aplicam pequenas modificações à solução corrente, buscando obter soluções melhores, como o *simulated annealing* (Kirkpatrick et al., 1983) e a busca tabu (Glover, 1986), ou sua combinação com heurísticas construtivas (Feo & Resende, 1995). Algoritmos bioinspirados se baseiam em fenômenos da natureza para definir a forma como o espaço de soluções é explorado, como os algoritmos genéticos (Holland, 1995) e de otimização por colônia de formigas (Dorigo et al., 1999). Apesar de não oferecerem garantia de otimalidade, essas abordagens são eficazes na produção de boas soluções em tempo razoável para vários problemas, como roteamento de veículos (Silva & Resendo, 2023), alocação de sondas de produção terrestre (Aloise et al., 2002) e elaboração de horários escolares (De Oliveira et al., 2012).

Este trabalho apresenta um estudo de caso da aplicação de técnicas de otimização combinatória para o planejamento urbano do campus universitário da Universidade do Estado de Santa Catarina – Udesc Alto Vale. O campus está passando por obras de reurbanização, e muitas decisões devem ser tomadas para o posicionamento de algumas instalações, como bebedouros, lixeiras, terminais ou quadros informativos e outros recursos a serem usados pela comunidade acadêmica. Este cenário foi modelado como o problema das *p*-medianas capacitado (Hakimi, 1964), uma abordagem clássica para o problema da localização de instalações (neste caso, chamadas de medianas). Neste sentido, são definidas as posições de cada mediana e a alocação de pontos de demanda a essas medianas. O problema foi formulado matematicamente e resolvido usando um solver matemático. Para instâncias maiores, o tempo de processamento é impraticável, o que exige a adoção de algoritmos heurísticos. Foi implementada a metaheurística *iterated greedy* (Ruiz & Stüzle, 2007) para a solução dessas instâncias.

Vários exemplos da literatura apresentam a modelagem de cenários de otimização como o problema das *p*-medianas, bem como exploram algoritmos heurísticos para sua solução. Vigneron et al. (2000) buscam pelo posicionamento ideal de proxies de cache em redes de computadores, minimizando a soma das distâncias dos nós até o próximo proxy no caminho. Mesa et al., (2013) exploram a programação de redes de transporte público, determinando os tempos de saída dos veículos para maximizar a satisfação dos usuários. Finalmente, Isler et al. (2012) resolvem o problema do planejamento de entregas de peças em um centro de distribuição de uma montadora de automóveis usando um algoritmo genético combinado com diferentes estratégias de busca local.

Também são encontrados exemplos na literatura da exploração do problema das *p*-medianas para cenários de planejamento urbano. Kocatepe et al. (2018) exploram a localização de abrigos públicos para cenários de evacuação após desastres. Os autores consideram que pessoas podem apresentar características especiais, como maior tempo de evacuação ou espaço para animais de estimação. Song et al. (2018) estudam a acessibilidade espacial dos serviços de saúde em uma cidade chinesa, cuja meta é que qualquer cidadão consiga acessar os serviços em até 15 minutos de caminhada. O problema das *p*-medianas foi adotado para propor a abertura de novos centros de saúde, para atingir o objetivo proposto. Imran et al. (2022) exploram uma generalização do modelo das *p*-medianas, considerando fatores de incerteza nos custos de deslocamento e nas emissões produzidas. A abordagem proposta pelos autores também incorpora os impactos ambientais da seleção de medianas na tomada de decisões.

Alguns trabalhos focam no planejamento urbano em cenários relacionados à educação. Em geral, eles estudam a melhor localização de escolas, com o objetivo de reduzir os tempos de deslocamento dos estudantes e, por consequência, minimizar desigualdades quanto ao acesso à educação. No Brasil, esse tipo de estudo foi realizado nas cidades de Vitória/ES (Barcelos et al., 2004), Rio de Janeiro/RJ (Menezes & Pizzolato, 2014) e Curitiba/PR (Endler et al., 2017). Nesses trabalhos, além de encontrar a localização ideal de escolas, o problema das p-medianas foi explorado para analisar a situação da região, estudando as deficiências atuais, o impacto do aumento da capacidade das escolas e potenciais benefícios com a implantação de novas escolas. Esses exemplos demonstram o potencial de técnicas baseadas no problema das *p*-medianas na solução de problemas de planejamento urbano.

Entre os trabalhos que aplicam o problema das *p*-medianas para planejamento urbano, Imran et al. (2022) foram os únicos que exploraram métodos heurísticos de solução. Os autores usaram a metaheurística VNS (*Variable Neighborhood Search*) integrada a técnicas de simulação de Monte Carlo. Todos os demais adotaram métodos exatos baseados em modelagem matemática ou algoritmos de geoprocessamento. Este trabalho apresenta uma aplicação ainda não explorada em ambiente educacional, que consiste no posicionamento de

instalações em um campus universitário. Além disso, são adotados tanto métodos exatos quanto heurísticos. A metaheurística escolhida (*iterated greedy*) é pouco explorada em problemas de localização de instalações, incluindo o problema das *p*-medianas. Este trabalho ainda compara o desempenho das abordagens exata e heurística na solução do problema das *p*-medianas aplicado ao planejamento urbano.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta o cenário de planejamento urbano do campus, sua modelagem via problema das *p*-medianas capacitado e o algoritmo *iterated greedy* proposto. A Seção 3 apresenta os experimentos computacionais, seus resultados e uma discussão sobre as soluções obtidas. A Seção 4 apresenta as considerações finais do trabalho e direções para trabalhos futuros.

2. ABORDAGEM PROPOSTA

A reurbanização do campus da Udesc Alto Vale prevê diversas melhorias no estacionamento, nas estruturas de convivência, na biblioteca e nos espaços para os setores administrativos. Além disso, inclui o cerceamento do entorno e a modernização da atual fachada. Se faz necessário alocar recursos de maneira estratégica, de modo a atender a demanda da comunidade acadêmica da melhor forma possível. Isso inclui a determinação do posicionamento de instalações, como terminais digitais de informações que ficarão à disposição de servidores, estudantes e visitantes. A Figura 1 mostra o projeto tridimensional das obras que estão sendo realizadas, onde são apresentados parte da fachada, o estacionamento e a arborização previstos.



Figura 1. Projeto de reurbanização do campus universitário.
Fonte: Elaborada pela Udesc Alto Vale (2024).

Para a modelagem do problema, o campus foi mapeado para um conjunto de pontos, cada qual com uma demanda que corresponde ao número de pessoas que o frequentam (ou estão posicionadas próximas a ele). Deseja-se instalar um número predeterminado de terminais digitais de informação, os quais possuem uma capacidade diária de atendimento. Os mesmos pontos de demanda são usados como locais potenciais de instalação de terminais. Dessa

Br. J. Ed., Tech. Soc., v.18, n.4, Oct-Dec, p.1425-1437, 2025
DOI https://doi.org/10.14571/brajets.v18.n4.1425-1437
ISSN 2316-9907

forma, deseja-se definir a posição de instalação de cada terminal, e alocar cada ponto de demanda a um terminal, respeitando sua capacidade de atendimento.

Para realizar o estudo, foram criadas instâncias com base no mapa do campus apresentado na Figura 2. O gerador de instâncias recebe como parâmetro o número de linhas e colunas n e projeta $n \times n$ pontos sobre o mapa do campus (círculos azuis sobre a Figura 2). Esses pontos correspondem a potenciais locais de instalação de terminais, bem como pontos de demanda (pessoas). É definida a distância entre cada par de pontos $\{i, j\}$ segundo a distância de Manhattan, dada por $d(i, j) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$, onde x e y são as coordenadas em metros do respectivo ponto no mapa.

A demanda de cada ponto é determinada conforme sua localização. A Figura 2 define áreas de alta demanda (retângulos contínuos vermelhos), de média demanda (retângulo tracejado verde) e de baixa demanda (áreas restantes). Dado o valor da demanda total (igual a 500 pessoas no estudo realizado), 50% dela é distribuída de maneira uniforme entre os pontos de alta demanda, 30% entre os pontos de média demanda, e 20% entre os pontos de baixa demanda. A capacidade dos terminais foi definida como a demanda total dividida pelo número de terminais e multiplicada por 1,7. Essa distribuição reflete a dinâmica comportamental observada no cenário real. Cabe destacar que a distribuição da demanda é um passo importante na modelagem do problema, tendo em vista que os algoritmos tendem a favorecer o posicionamento de instalações em locais mais próximos a regiões de alta demanda. A modificação na distribuição da demanda, portanto, altera as soluções ótimas (ou de maior qualidade) e implica na necessidade de nova execução do algoritmo.

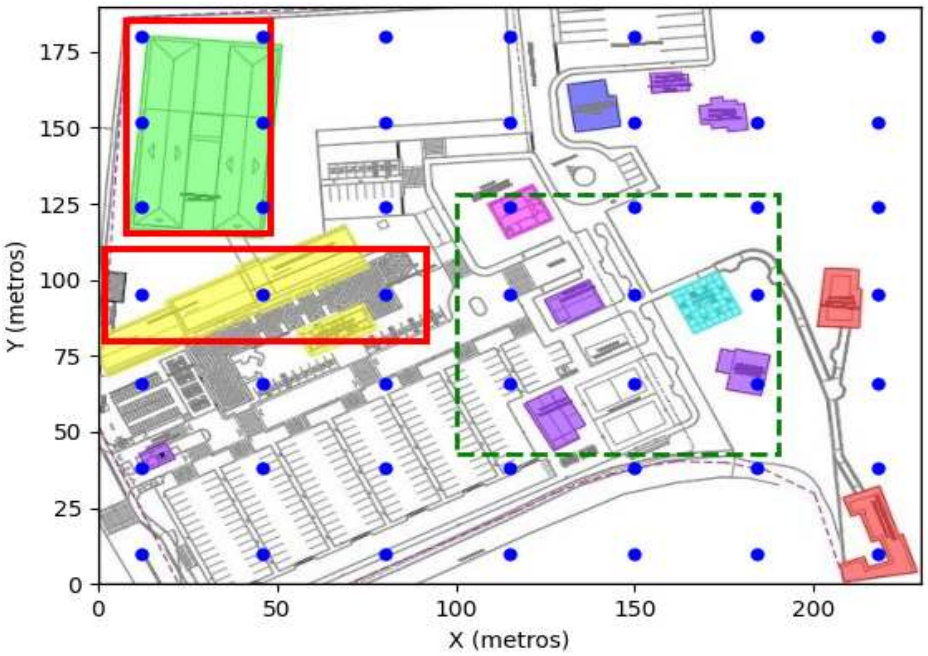

Figura 2. Mapa do campus com a definição das áreas de alta, média e baixa demandas e o mapeamento de 49 pontos.
Fonte: Elaborada pelos autores.

2.1 Formulação matemática

O problema das p-medianas (Hakimi, 1964) é bastante explorado na área de otimização, sendo encontrado nos mais diversos cenários de tomada de decisão. Sua proposta é determinar a localização de p instalações, chamadas de medianas, e alocar pontos de demanda a essas medianas, de modo que o somatório da distância de cada ponto à sua mediana seja minimizado. Neste estudo, o problema das p-medianas é abordado na sua forma

capacitada. Isso significa que cada mediana possui uma capacidade específica e todos os pontos contêm uma demanda que deve ser atendida. Dito isso, as medianas devem ser capazes de atender a demanda dos pontos alocados a ela, respeitando sua capacidade. Para a modelagem do problema do planejamento urbano do campus via o problema das *p*-medianas capacitado, são definidos os parâmetros e variáveis de decisão a seguir.

Parâmetros:

P : conjunto de pontos,
p : número de medianas,
d_{ij} : distância entre os pontos,
D_i : demanda associada ao ponto,
C : capacidade (única) das medianas.

Variáveis:

$x_i \in \{0, 1\}$ indica se o ponto i é uma mediana.
$y_{ij} \in \{0, 1\}$ indica se o ponto i é alocado à mediana j.

Com base nos parâmetros, definidos pela instância a ser resolvida, e nas variáveis de decisão descritas acima, o problema das *p*-medianas capacitado para planejamento urbano do campus pode ser modelado como

$$\textbf{minimiza} \quad \sum_{i,j \in P} d_{ij}\, y_{ij}, \tag{1}$$

$$\textbf{sujeito a} \quad \sum_{i \in P} x_i = p, \tag{2}$$

$$\sum_{j \in P} y_{ij} = 1, \qquad \forall i \in I, \tag{3}$$

$$\sum_{i \in P} D_{ij} \leq C x_j, \qquad \forall i, j \in P, \tag{4}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in P, \tag{5}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall i, j \in P. \tag{6}$$

A função objetivo (1) calcula a distância total entre cada ponto e sua mediana associada e deve ser minimizada. A restrição (2) determina que devem ser definidas exatamente p medianas (ou terminais). A restrição (3) estabelece que cada ponto seja atendido por exatamente uma mediana. Ou seja, não pode haver ponto não atendido, e nenhum ponto pode ser atendido por mais de uma mediana. A restrição (4) assegura que a demanda total associada a uma mediana não supere sua capacidade. Por fim, as restrições (5) e (6) definem as variáveis de decisão e seus domínios.

A restrição de capacidade (4) confere maior complexidade ao problema, em comparação com sua versão não capacitada. Neste caso, as demandas são alocadas às medianas conforme sua capacidade de atendimento, resultando em uma topologia mais complexa do espaço de soluções e dificultando sua exploração. Nos casos em que a capacidade total de atendimento é muito restritiva (isto é, baixa capacidade e poucas medianas), pode não haver solução viável, por não ser possível alocar todos os pontos de demanda, violando a restrição (3).

2.1 Algoritmo *iterated greedy*

Uma vez formulado matematicamente, o problema pode ser resolvido usando um solver matemático. Para instâncias maiores, no entanto, o solver pode demorar para encontrar a solução ótima e se tornar inviável na prática. Para lidar com essas instâncias, este trabalho explora a metaheurística *iterated greedy* (IG) proposta por (Ruiz & Stützle, 2007). O IG explora o espaço de soluções ao destruir parte da solução atual e a reconstruir. O algoritmo pode ser combinado com uma busca local para refinamento das soluções construídas.

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo do IG proposto. Inicialmente, o algoritmo gera uma solução inicial aleatória (linha 1). Por I iterações, a solução atual é parcialmente destruída e, em seguida, ela é reconstruída (linhas 7 e 8). O tamanho da destruição é dado pelos parâmetros d_1 e d_2. A aleatoriedade da construção é dada pelos parâmetros α e β. Opcionalmente, a busca pode ser reiniciada quando identificada estagnação (linhas 4 a 6). O IG pode também ser combinado com uma busca local para melhorar a solução recém construída (linhas 9 a 11). Finalmente, uma solução é escolhida para a próxima iteração da busca (linha 15).

Algoritmo 1. Pseudocódigo do algoritmo IG (*iterated greedy*).

```
1:  S ← SoluçãoAleatória()
2:  S* ← S
3:  para i ← 1 até I faça
4:      se reinício está ativado e a busca está estagnada então
5:          S ← SoluçãoAleatória()
6:      fim se
7:      S' ← Destrói(S, d1, d2)
8:      S' ← Constrói(S', α, β)
9:      se busca local está ativada então
10:         S' ← BuscaLocal(S')
11:     fim se
12:     se S' é melhor que S* então
13:         S* ← S
14:     fim se
15:     S ← Aceita(S', S*)
16: fim para
17: retorna S*
```

Construção. A construção de uma solução aleatória (*SoluçãoAleatória*) consiste em escolher p pontos aleatoriamente para as medianas e, para cada ponto não escolhido, uma mediana com capacidade disponível é atribuída a ele, também escolhida aleatoriamente. Por outro lado, a reconstrução de soluções (*Constrói*) aplica uma heurística semi-gulosa. Enquanto o número de medianas não é atingido, essa heurística seleciona um ponto como mediana e aloca a ela outros pontos até que sua capacidade não permita mais alocação. Para a escolha de medianas, os pontos são ranqueados conforme sua distância para os demais pontos ainda não alocados a medianas, e um dos α melhores candidatos é escolhido aleatoriamente. Para alocar pontos à mediana recém definida, os pontos ainda não alocados são ranqueados conforme sua distância para a mediana. Enquanto a mediana ainda possui capacidade disponível, um dos β melhores candidatos é escolhido aleatoriamente e alocado à mediana.

Destruição. Para essa fase existem duas opções: aleatória ou guiada. Na destruição aleatória, $d_1 \cdot p$ medianas são escolhidas aleatoriamente e removidas da solução, desalocando

Br. J. Ed., Tech. Soc., v.18, n.4, Oct-Dec, p.1425-1437, 2025
DOI https://doi.org/10.14571/brajets.v18.n4.1425-1437
ISSN 2316-9907

também os pontos atribuídos a ela. Além disso, uma segunda etapa desaloca $d_2 \cdot |P|$ pontos da sua respectiva mediana. Na destruição guiada, a probabilidade de escolha das medianas é proporcional à sua capacidade ociosa, enquanto a probabilidade de escolha de pontos a desalocar é proporcional à sua demanda. Ou seja, medianas ociosas tem maior capacidade de serem removidas da solução, bem como pontos de alta demanda.

Busca local. Trata-se de uma busca local simples (monótona) com estratégia de primeira melhoria para seleção de soluções vizinhas. A vizinhança é definida pela troca de mediana de um ponto a outro, com a consequente desalocação dos pontos atribuídos à mediana antiga, e a alocação de pontos à nova mediana. Todas as combinações de troca de medianas são consideradas para gerar a vizinhança, porém a alocação de novos pontos é aleatória. A primeira solução vizinha encontrada com melhor valor de função objetivo é escolhida para a próxima iteração (primeira melhoria), e o processo se repete até que não haja solução vizinha melhor.

Aceitação. Duas estratégias de aceitação foram definidas: atual e incumbente. A primeira sempre escolhe a solução da iteração atual para a próxima iteração, i.e. a solução S' do Algoritmo 1. A segunda estratégia continua a busca sempre a partir da solução incumbente, i.e. a melhor solução encontrada até o momento (S^* no Algoritmo 1).

A Tabela 1 apresenta os componentes algorítmicos e parâmetros do algoritmo IG, juntamente com seus possíveis valores. Conforme detalhado na Seção 3, serão exploradas técnicas para a configuração automática do algoritmo IG, buscando a melhor combinação de componentes e valores dos parâmetros. Essa abordagem permite a construção automática de algoritmos IG para o problema do planejamento urbano do campus. Ou seja, ao modificar características das instâncias (e.g. novas medidas de distância ou diferentes estratégias para definição dos pontos, capacidades e demandas), basta configurar o algoritmo novamente para obter sua versão de melhor desempenho no novo cenário.

Tabela 1. Componentes e parâmetros usados pelo algoritmo IG.

Elemento	Descrição	Valores
Destrói	Destruição parcial da solução	{aleatória, guiada}
Aceita	Estratégia de aceitação da solução	{atual, incumbente}
R	Habilita o reinício após estagnação	{sim, não}
B	Habilita a busca local	{sim, não}
r	Estratégia de detecção de estagnação	[0, 1]
d_1	Define o número de medianas removidas	[0, 1]
d_2	Define o número de alocações removidas	[0, 1]
α	Aleatoriedade do posicionamento de medianas	[0, 1]
β	Aleatoriedade da alocação de medianas	[0, 1]

Fonte: Elaborada pelos autores.

3. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Esta seção apresenta os experimentos e resultados obtidos pela execução exata e heurística do problema de planejamento urbano do campus via problema das p-medianas capacitado. A modelagem matemática foi implementada usando e executada usando Python

3.12, pyomo (Byum et al., 2021; Hart et al., 2011) e o solver GLPK (GNU Linear Programming Kit) na versão 4.65. Os experimentos foram executados em um único núcleo de processamento de uma máquina com processador Intel Core i5 e 8GB de memória, executando sistema operacional Windows 11.

Para os experimentos, foram geradas instâncias com {25, 49, 80, 90, 100} pontos e {5, 7}, {9, 14}, {16, 24}, {18, 27} e {20, 30} medianas para cada tamanho, respectivamente. A demanda total é de 500 pessoas para todas as instâncias, e a capacidade das medianas é definida como $C = 1{,}7 \cdot (500 / p)$. Essas instâncias refletem a localização dos prédios do campus e a distribuição da demanda nesse espaço, se caracterizando como uma aproximação adequada do cenário real para a modelagem do problema.

Os componentes e parâmetros do IG foram definidos automaticamente usando técnicas de configuração de algoritmos. Em particular, o configurador irace (López-Ibáñez et al., 2016) foi usado para essa tarefa, encontrando uma versão do IG com desempenho otimizado. Foram usadas instâncias de treinamento com as mesmas características das instâncias construídas (i.e. distribuição da demanda, capacidade, métrica de distância). O processo de configuração pode ser repetido para cenários com características diferentes, maximizando o desempenho do algoritmo IG para novos contextos. O algoritmo configurado pelo irace usa os componentes de destruição guiada e de aceitação da solução incumbente, e os parâmetros R = {não} (sem reinício), B = {sim} (com busca local), α = 0,76, β = 0,14, d_1 = 0,03 e d_2 = 0,01 (veja Tabela 1). Esses valores mostram uma aleatoriedade alta no posicionamento de medianas (escolhe aleatoriamente entre os α = 76% melhores candidatos), e baixa na alocação de pontos (escolhe aleatoriamente entre os β = 14% melhores candidatos). A destruição é pequena nas duas etapas, o que indica que o IG adotado possui perturbação pequena e produz boas soluções pela etapa construtiva e, principalmente, de busca local.

O solver foi executado com um tempo limite de 1 hora (3600 segundos). O IG foi executado por I = 5000 iterações (além do mesmo critério de terminação por tempo que nunca foi atingido) e 10 replicações. A Tabela 2 mostra o valor das soluções encontradas pelo solver (MIP, de *Mixed Integer Programming* ou Programação Inteira Mista) e o tempo de execução para cada instância. Para o IG, são apresentados os valores das melhores soluções encontradas para cada instância nas 10 replicações, bem como a média dos valores das soluções encontradas nessas replicações e o tempo médio de execução. Os melhores valores para cada instância estão apresentados em negrito, e os valores ótimos para cada instância são apresentados sublinhados.

Observa-se que a abordagem exata (MIP) conseguiu alcançar a solução ótima em 4 das 10 instâncias no tempo limite de 1 hora de execução. Para as instâncias maiores (com 80 ou mais pontos), o solver retornou apenas soluções viáveis, sem garantir a otimalidade. Tal situação resulta do crescimento do espaço de soluções devido ao aumento no número de combinações, somado a limitações do solver, como a falta de cortes eficientes. Seu desempenho pode ser melhorado pela exploração de técnicas adicionais, como a geração de uma solução inicial viável e com boa qualidade ou uso de planos de corte. O algoritmo IG, por outro lado, ainda que tenha alcançado o valor ótimo em somente 2 das 10 instâncias, conseguiu produzir soluções melhores que o solver nos casos onde a solução ótima não foi alcançada. Além disso, o IG consegue encontrar soluções melhores nessas instâncias em um tempo expressivamente menor. Esses resultados indicam que o algoritmo IG é uma abordagem viável para a solução do problema das p-medianas e sua aplicação no planejamento urbano do campus, especialmente em instâncias grandes, mais complexas e mais próximas do cenário real, onde soluções ótimas se tornam inviáveis por conta da limitação de tempo ou de recursos computacionais.

Tabela 2. Valores obtidos pelos métodos exato e heurístico e tempos de execução para solução das instâncias construídas.

Instância		MIP		IG		
|P|	*p*	valor	tempo	melhor	média	tempo
25	5	**1100**	0,26	**1100**	1132,2	29,33
25	7	**878**	0,57	**878**	906,9	33,34
49	9	**1518**	10,25	1532	1579,1	237,65
49	14	**1072**	5,84	**1108**	1144,7	331,91
80	16	1880	3600,00	**1868**	1932,0	1055,64
80	24	1646	3600,00	**1529**	1562,9	1082,65
90	18	2001	3600,00	**1955**	2046,3	1306,76
90	27	1797	3600,00	**1627**	1665,0	1269,32
100	20	**2064**	3600,00	2106	2156,0	1771,26
100	30	1776	3600,00	**1700**	1723,2	2013,79

Fonte: Elaborada pelos autores.

Para entender a estrutura e características das soluções produzidas pelos métodos propostos, foram geradas representações gráficas das soluções, mostrando os pontos mapeados, as áreas de alta, média e baixas demandas, as posições das medianas e a alocação dos demais pontos às medianas. As Figuras 3 e 4 apresentam as melhores soluções encontradas para as instâncias {49, 9} e {100, 20}, respectivamente. Os pontos são representados pelos círculos azuis menores, enquanto as medianas são representadas pelos círculos vermelhos maiores. A alocação é representada pela conexão entre pontos e medianas por meio das linhas tracejadas. As áreas de alta e média demandas são mostradas pelos retângulos em vermelho (linhas contínuas) e verde (linhas tracejadas), respectivamente. Todas as demais áreas são de baixa demanda.

Pode-se perceber que as soluções apresentam medianas posicionadas nas áreas de maior demanda (dentro das áreas destacadas). Essas medianas são importantes, pois reduzem a distância percorrida pelas pessoas associadas a esses pontos, que são em maior número comparado aos demais. Mesmo assim, observa-se uma boa distribuição das medianas ao longo da área total do campus. É possível atender a todos os pontos com medianas próximas, i.e. não é necessário percorrer grande distância a partir de qualquer ponto e nenhum deles fica desatendido. Em casos onde áreas menos densas fiquem isoladas, i.e. atendidas por medianas muito distantes, é possível incluir uma restrição de distância máxima para alocação. Com isso, é assegurada a equidade no atendimento e a acessibilidade a usuários com mobilidade reduzida. Em resumo, essas visualizações permitem entender a estrutura das soluções obtidas, confirmando a viabilidade das abordagens propostas e fomentando a tomada de decisões nesse domínio de aplicação.

DOI https://doi.org/10.14571/brajets.v18.n4.1425-1437
ISSN 2316-9907

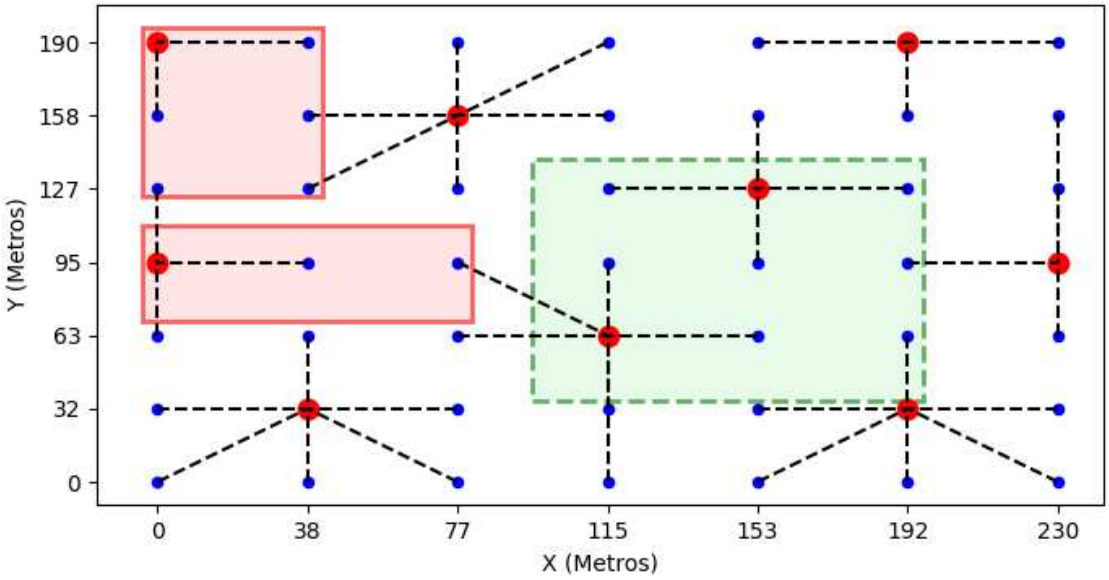

Figura 3. Melhor solução produzida para a instância com 49 pontos e 9 medianas.
Fonte: Elaborada pelos autores.

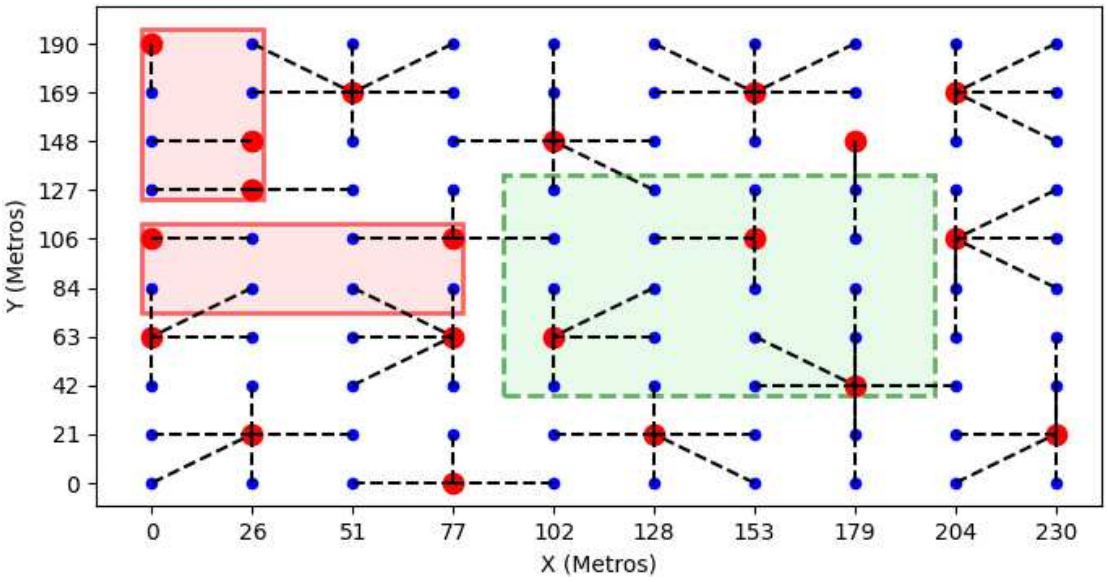

Figura 4. Melhor solução produzida para a instância com 100 pontos e 20 medianas.
Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados apresentados demonstram consistência com os achados da literatura sobre a aplicações do problema das *p*-medianas em cenários de planejamento urbano. Tal como reportado por Kocatepe et al. (2018), a modelagem proposta permite a alocação eficiente de recursos para atender diferentes demandas, embora este trabalho foque no planejamento de um campus universitário, e não considere cenários de evacuação. Similar ao trabalho de Song et al. (2018), observou-se que a localização estratégica das medianas reduz as distâncias percorridas pelos usuários, promovendo maior acessibilidade aos serviços. Além disso, a metaheurística *iterated greedy* mostrou-se eficaz em resolver instâncias maiores em tempo reduzido, o que está alinhado à proposta de Imran et al. (2022) para a solução de problemas complexos, ainda que sem considerar explicitamente incertezas nos custos, impactos

Br. J. Ed., Tech. Soc., v.18, n.4, Oct-Dec, p.1425-1437, 2025
DOI https://doi.org/10.14571/brajets.v18.n4.1425-1437
ISSN 2316-9907

ambientais ou características adicionais. Em comparação com pesquisas de planejamento escolar no Brasil (Barcelos et al., 2004; Menezes & Pizzolato, 2014; Endler et al., 2017), as soluções encontradas neste trabalho também indicam benefícios na distribuição equilibrada de recursos e na minimização das distâncias de deslocamento, evidenciando o potencial do modelo de *p*-medianas para suporte a decisões de planejamento urbano em diferentes contextos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo explora a aplicação do problema das *p*-medianas capacitado para o planejamento urbano do campus de uma universidade. Foram geradas instâncias que modelam o cenário encontrado no campus. O problema foi formulado matematicamente e resolvido usando um solver matemático. Além disso, foi implementada a metaheurística *iterated greedy* que, apesar de não garantir a otimalidade das soluções produzidas, é capaz de encontrar boas soluções em tempo razoável para instâncias que o solver não consegue resolver no tempo limite determinado.

Os resultados mostram a eficácia das abordagens exata e heurística na solução do problema proposto. As visualizações produzidas para as soluções encontradas fornecem recursos para analisar a estrutura e as características dessas soluções, e são úteis para a tomada de decisões no planejamento do campus. Além disso, a adoção de técnicas de configuração automática de algoritmos permite adaptar facilmente o *iterated greedy* para diferentes cenários, como uma nova distribuição de pontos e suas demandas, obtendo uma versão do algoritmo com desempenho otimizado para novas realidades. Finalmente, o trabalho apresenta diretrizes para a modelagem e solução de problemas de otimização, em particular aqueles relacionados à localização de instalações, resolvida através de programação matemática e metaheurísticas.

Cabe destacar as principais limitações da abordagem proposta, especialmente aquelas relacionadas à modelagem baseada no problema das *p*-medianas. Modelos alternativos de localização de instalações exploram outras direções, permitindo características adicionais. O problema dos *p*-centros visa minimizar a distância máxima entre pontos de demandas e instalações. Já o problema da cobertura máxima define uma distância máxima para atendimento e visa maximizar o número de pontos de demanda atendidos. Esses modelos permitem buscar por soluções que asseguram a equidade no atendimento entre diferentes regiões. Em contrapartida, a modelagem via *p*-medianas pode desfavorecer regiões de menor demanda, fazendo com que esses pontos sejam atendidos por instalações mais distantes em comparação com regiões de alta demanda. Além disso, o estudo não considera incertezas que podem estar associadas à demanda ou à capacidade das instalações. Também não são contemplados cenários dinâmicos em que a disposição espacial de pessoas se altera dentro de um período predeterminado de tempo. Aspectos comportamentais, ambientais e de custo de implantação também não foram incorporados à modelagem, o que pode restringir a aplicabilidade da abordagem proposta em cenários específicos.

Esta pesquisa pode ser estendida em diferentes direções. A generalização da formulação do problema pode permitir a alocação parcial da demanda de um ponto a uma ou mais medianas. Essa alteração captura o comportamento típico de pessoas em cenários como a busca por um recurso de interesse. Também podem ser incorporados ao modelo características adicionais que estejam presentes no cenário real, como a acessibilidade dos pontos candidatos, garantindo o acesso aos recursos por pessoas com necessidades especiais, o custo de instalação, que pode variar de acordo com o ponto, e uma distância máxima na alocação de pontos de demanda a medianas, permitindo somente a alocação dentro de um raio pré-determinado. Outros métodos de solução têm potencial de apresentar desempenho competitivo com as abordagens propostas. Logo, é interessante conduzir um estudo

comparativo do algoritmo *iterated greedy* com outros métodos heurísticos, como algoritmos genéticos, *simulated annealing*, GRASP e VNS. Além disso, o estudo e aplicação propostos neste trabalho serão aprofundados, a fim de comparar as soluções produzidas pelos algoritmos com o cenário atual do campus, permitindo medir os benefícios do uso desses algoritmos no suporte à tomada de decisões e ao planejamento urbano.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro recebido da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC; TO2023TR246).

REFERÊNCIAS

Aloise, D., Noronha, T., Maia, R., Bittencourt, V. G., & Aloise, D. J. (2002). Heurísticas de colônia de formigas com path-relinking para o problema de otimização da alocação de sondas de produção terrestre. In *XXXIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*.

Barcelos, F. B., Pizzolato, N. D., & Lorena, L. A. N. (2004). Localização de escolas do ensino fundamental com modelos capacitado e não-capacitado: Caso de Vitória/ES. *Pesquisa Operacional, 24*, 133–149.

Bynum, M. L., Hackebeil, G. A., Hart, W. E., Laird, C. D., Nicholson, B. L., Siirola, J. D., Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2021). *Pyomo: Optimization modeling in Python* (3rd ed., Vol. 67). Springer Science & Business Media.

De Oliveira, J. G., Vianna, D. S., & Vianna, M. F. D. (2012). Uma heurística GRASP+VND para o problema de programação de horário escolar. *Sistemas & Gestão, 7*(3), 326–335.

Dorigo, M., Di Caro, G., & Gambardella, L. M. (1999). Ant algorithms for discrete optimization. *Artificial Life, 5*, 137–172.

Endler, K. D., Scarpin, C. T., & Steiner, M. T. A. (2017). Proposed system for analyzing the location of preschools: A Brazilian case study. *Brazilian Journal of Operations & Production Management, 14*(4), 446–460.

Feo, T. A., & Resende, M. G. C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization, 6*(2), 109–133.

Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research, 13*, 533–549.

Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research, 12*(3), 450–459.

Hart, W. E., Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2011). Pyomo: Modeling and solving mathematical programs in Python. *Mathematical Programming Computation, 3*(3), 219–260.

Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems*. MIT Press.

Imran, A., Utomo, E. W., Ramadhan, F., Desrianty, A., Helianty, Y., & Mustofa, F. H. (2022). A simulation-based optimisation for the stochastic green capacitated p-median problem. *Journal of Industrial Engineering and Management, 15*(4), 552–565.

Isler, C., Bonassa, A., & Cunha, C. (2012). Algoritmo genético para resolução do problema de p-medianas capacitado associado à distribuição de peças automotivas. *TRANSPORTES, 20*.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C., & Vecchi, M. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science, 220*, 671–680.

Kocatepe, A., Ozguven, E. E., Horner, M., & Ozel, H. (2018). Pet-and special needs-friendly shelter planning in South Florida: A spatial capacitated p-median-based approach. *International Journal of Disaster Risk Reduction, 31*, 1207–1222.

López-Ibáñez, M., Dubois-Lacoste, J., Cáceres, L. P., Birattari, M., & Stützle, T. (2016). The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives, 3*, 43–58.

Menezes, R. C., & Pizzolato, N. D. (2014). Locating public schools in fast expanding areas: Application of the capacitated p-median and maximal covering location models. *Pesquisa Operacional, 34*(2), 301–317.

Mesa, J., Ortega, F., & Pozo, M. (2013). Locating optimal timetables and vehicle schedules in a transit line. *Annals of Operations Research, 222*, 1–18.

Ruiz, R., & Stützle, T. (2007). A simple and effective iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem. *European Journal of Operational Research, 44*, 2033–2049.

Song, G., He, X., Kong, Y., Li, K., Song, H., Zhai, S., & Luo, J. (2022). Improving the spatial accessibility of community-level healthcare service toward the "15-Minute City" goal in China. *ISPRS International Journal of Geo-Information, 11*(8), 436.

Silva, P., & Resendo, L. (2023). Heurística de busca de vizinhança variável para otimização do problema de roteamento de veículos. *Anais do Computer on the Beach, 14*, 145–150.

Vigneron, A., Gao, L., Golin, M., Italiano, G., & Li, B. (2000). An algorithm for finding a k-median in a directed tree. *Information Processing Letters, 74*, 81–88.